

УДК 625.825

Шлюнь Н. В., канд. техн. наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0003-1040-8870>Засць Ю. О., канд. техн. наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0003-1836-2010>Шевчук Л. В., канд. техн. наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0002-5748-9527>Худолій С. М., канд. техн. наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0001-6054-6708>

Національний транспортний університет (НТУ), Київ, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВИНИКНЕННЯ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ЕФЕКТІВ В АРМОВАНИХ ДОРОЖНІХ КОНСТРУКЦІЯХ, ЗА ТЕРМОПРУЖНОЇ НЕСУМІСНОСТІ МАТЕРІАЛІВ ПОКРИВУ ТА АРМАТУРИ

Анотація

Вступ. У регіонах з різкими коливаннями температур при їх сезонних і добових змінах дуже часто спостерігається явище утворення локальних дефектів і тріщин в асфальтобетонних покриттях автомобільних доріг. Значною мірою це зумовлено неоднорідністю термомеханічних властивостей матеріалів шарів покриття та основи. Для запобігання цим явищам у конструкцію покриттів вводять армуючі стрижні та сітки.

Проблематика. Проблематика виконаних досліджень полягає у встановленні закономірностей термомеханічного деформування композитних матеріалів (на прикладі асфальтобетону), які підсилені армуючими стрижнями, в полях змінних температур.

Мета. Мета роботи полягає у виведенні математичних співвідношень, які визначають внутрішньоструктурні термонапруження в композитах, викликані змінними полями температур і неоднорідністю матеріалів.

Матеріали та методи. На базі теорії термопружності поставлено задачу про плоский термодетформований стан пружного середовища, що містить пружний стрижень кругового перерізу з відмінними термомеханічними параметрами. Для випадку зміни температури системи на постійну величину побудовано аналітичний розв'язок рівнянь, отримано вирази для термодетформацій і термонапружень.

Результати. На прикладі асфальтобетонного матеріалу, армованого склопластиковими стрижнями, побудовані аналітичні вирази для значень додаткових контактних термонапружень, а також сформульовані умови термомеханічної несумісності матеріалів асфальтобетону та арматури.

Висновки. Використовуючи методи теорії термопружності, було показано, що у випадках несумісності термомеханічних характеристик матеріалів асфальтобетону та арматури в її безпосередній близькості виникають додаткові локалізовані термонапруження. Ці напруження, навіть за помірних перепадів температури, можуть досягати критичних значень і призводити до локальних дефектів і тріщин. Оскільки ці дефекти мають прихований характер, їх не завжди можна виявити на практиці.

Ключові слова: автомобільна дорога, асфальтобетон, дорожній одяг, внутрішньоструктурні термонапруження, змінні поля температури, композит покриття, стрижнева арматура.

Вступ

Міцність і довговічність конструкцій дорожнього одягу доріг, мостів і тунелів значною мірою залежать від двох ключових чинників: інтенсивності транспортних навантажень і кліматичних умов. Найбільш помітні руйнування дорожнього покриття відбуваються в кліматичних зонах з великими перепадами температури, особливо в міжсезоння, коли температурні градієнти є найвищими.

Одним з найпоширеніших видів руйнувань, спричинених температурою, є поява поперечних тріщин. Вони виникають через надмірне поздовжнє напруження, коли при низьких температурах верхні шари дорожнього одягу не можуть вільно скорочуватися. Щоб запобігти цьому, в конструкцію

дороги додають «розвантажувальні температурні шви» та арматуру (поздовжню, сітчасту тощо). Армвання підвищує загальну міцність дорожньої конструкції, зменшує деформації, збільшує строк його експлуатації та скорочує витрати на ремонт.

Під час теоретичного аналізу впливу арматури на міцність конструкцій та дослідженні загальних термомеханічних властивостей армованих (композитних) матеріалів і дорожніх покриттів, як правило, визначають зведені (ефективні) параметри комбінованих систем. Ці системи містять включення у вигляді частинок, волокон або стрижнів [4, 6]. У першому випадку розглядаються моделі однорідних і неоднорідних сферичних частинок, зокрема тих, що вкриті оболонковими шарами [4]. При цьому аналізуються два типи розташування включень: упорядковане [2] та стохастичне (випадкове) [10]. Для таких систем обчислюються зведені значення модуля Юнга, коефіцієнта Пуассона, коефіцієнта теплопровідності та коефіцієнта температурного розширення всієї системи.

У конструкціях дорожнього одягу доріг і мостів, покритих асфальтобетоном, відбуваються складні процеси термодеструкції та термодеструкції [3, 9, 13, 16, 17, 19, 20]. У наукових роботах [5, 7, 12, 14] вже були розглянуті методи визначення термодинамічних властивостей армованого асфальтобетону (з частинками, волокнами чи стрижнями), але тут ці завдання ускладнюються можливістю створення матеріалів з направленими (анізотропними) властивостями.

Важливо також враховувати, що додавання армуючих елементів з іншого матеріалу може не лише покращити загальні властивості композиту, але й спричинити виникнення локальних внутрішніх термонапружень під впливом температури. Це відбувається, якщо термомеханічні характеристики компонентів несумісні. Для пластичних матеріалів такі напруження можуть викликати деформації та дефекти, а для крихких - призвести до локальних тріщин. Ці дефекти часто є прихованими та їх важко виявити, тому задача їх теоретичного прогнозування є важливою.

Постановка задачі

Сформулюємо задачу про стаціонарне температурне деформування нескінченного пружного середовища 2 (матриці), яке армоване стрижнем 1 кругового перерізу радіуса r_1 . На **рис. 1** виділено фрагмент цієї системи.

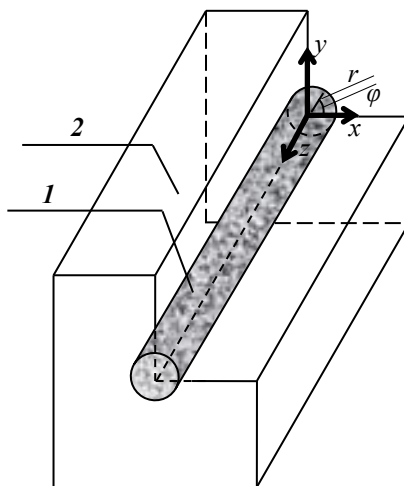


Рисунок 1 — Схема стрижневого включення 1 в середовище матриці 2

Для побудови математичної моделі використаємо циліндричну систему координат $Or\phi z$, де вісь z збігається з віссю стрижня. Термомеханічні характеристики стрижня 1 та середовища 2 відповідно визначаються: модулем пружності E_1 , E_2 , коефіцієнтом Пуассона ν_1 , ν_2 та коефіцієнтами температурного розширення α_1 і α_2 . Нехай температура системи стаціонарно змінюється на величину ΔT . Розглянемо випадок, коли термопружні відносні деформації $\varepsilon_z^{(i)}(r, \phi, z)$ кожного з тіл $i = 1, 2$

вздовж осі Oz дорівнюють нулю, а сама система перебуває в плоскому осесиметричному термодетформованому стані. Цей стан описується рівняннями рівноваги [1, 8, 11, 15, 18].

$$\frac{d\sigma_r^{(i)}}{dr} + \frac{\sigma_r^{(i)} - \sigma_\phi^{(i)}}{r} = 0, \quad (i=1,2), \quad (1)$$

де $\sigma_r^{(i)}, \sigma_\phi^{(i)}$ — нормальні радіальні та колові напруження тіл 1 і 2 на відповідних майданчиках $r = \text{const}$ і $\phi = \text{const}$. Виразимо нормальні термонапруження через деформації $\varepsilon_r^{(i)}, \varepsilon_\phi^{(i)}, \varepsilon_z^{(i)}$.

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(i)}(r) &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left((1-\nu_i)\varepsilon_r^{(i)} + \nu_i(\varepsilon_\phi^{(i)} + \varepsilon_z^{(i)}) - (1+\nu_i)\alpha_i\Delta T \right), \\ \sigma_\phi^{(i)}(r) &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left((1-\nu_i)\varepsilon_\phi^{(i)} + \nu_i(\varepsilon_r^{(i)} + \varepsilon_z^{(i)}) - (1+\nu_i)\alpha_i\Delta T \right), \\ \sigma_z^{(i)}(r) &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left((1-\nu_i)\varepsilon_z^{(i)} + \nu_i(\varepsilon_r^{(i)} + \varepsilon_\phi^{(i)}) - (1+\nu_i)\alpha_i\Delta T \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$(i=1,2).$

Далі врахуємо, що $\varepsilon_z^{(i)}(r, \phi, z) = 0$. Тоді вирази (2) спростяться

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(i)}(r) &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left((1-\nu_i)\varepsilon_r^{(i)} + \nu_i\varepsilon_\phi^{(i)} - (1+\nu_i)\alpha_i\Delta T \right), \\ \sigma_\phi^{(i)}(r) &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left((1-\nu_i)\varepsilon_\phi^{(i)} + \nu_i\varepsilon_r^{(i)} - (1+\nu_i)\alpha_i\Delta T \right), \\ \sigma_z^{(i)}(r) &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left(\nu_i(\varepsilon_r^{(i)} + \varepsilon_\phi^{(i)}) - (1+\nu_i)\alpha_i\Delta T \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$(i=1,2).$

У формулі (3) використано деформації, що залежать від радіального переміщення $u(r)$:

$$\varepsilon_r^{(i)}(r) = \frac{\partial u^{(i)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_\phi^{(i)}(r) = \frac{u^{(i)}}{r}, \quad (i=1,2). \quad (4)$$

З урахуванням формул для напружень (3) та деформацій (4), рівняння рівноваги для кожного з тіл $i=1,2$ набуде вигляду:

$$\frac{d^2 u^{(i)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du^{(i)}}{dr} - \frac{1}{r^2} u^{(i)} = 0. \quad (5)$$

Рівняння (5) можна записати в більш компактній формі:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru^{(i)}) \right] = 0, \quad (i=1,2). \quad (6)$$

Після подвійного інтегрування лівої частини рівняння (6) за r , ми отримуємо його розв'язки:

$$\begin{aligned} u^{(1)}(r) &= rC_1 + \frac{1}{r}C_2 \quad \text{при } i=1, \\ u^{(2)}(r) &= rC_3 + \frac{1}{r}C_4 \quad \text{при } i=2. \end{aligned} \quad (7)$$

Невідомі константи C_i ($i = \overline{1,4}$) визначаються з урахуванням граничних умов та умов контакту при $r = r_1$.

$$u^{(0)}(0) = 0, \quad (8)$$

$$u_r^{(1)}(r_1) = u_r^{(2)}(r_1), \quad (9)$$

$$\sigma_r^{(1)}(r_1) = \sigma_r^{(2)}(r_1), \quad (10)$$

$$\sigma_r^{(2)}(r) \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (11)$$

На **рис. 2** представлена скінченно-елементна модель осьового перерізу стрижневого включення 1 в середовище матриці 2.

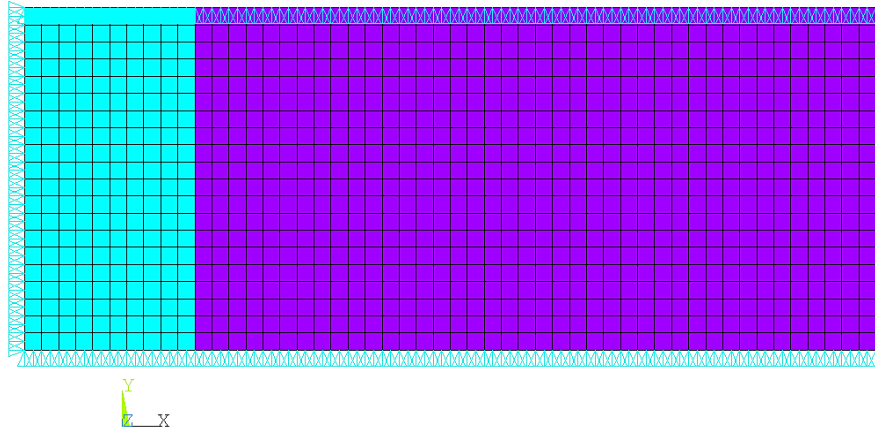


Рисунок 2 — Скінченно-елементна модель осьового перерізу армованої системи з накладеними граничними умовами

З умови (8) випливає

$$C_2 = 0. \quad (12)$$

Використовуючи рівності (7) та (12), ми можемо виразити деформації та напруження для тіл 1 і 2.

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^{(1)}(r) &= C_1, \quad \varepsilon_\varphi^{(1)}(r) = C_1, \\ \varepsilon_r^{(2)}(r) &= C_3 - \frac{1}{r^2} C_4, \quad \varepsilon_\varphi^{(2)}(r) = C_3 + \frac{1}{r^2} C_4, \\ \sigma_r^{(1)}(r) &= \frac{E_1}{1-2\nu_1} \left(\frac{C_1}{1+\nu_1} - \alpha_1 \Delta T \right), \\ \sigma_r^{(2)}(r) &= \frac{E_2}{1+\nu_2} \left(\frac{C_3}{1-2\nu_2} - \frac{C_4}{r_1^2} - \frac{1+\nu_2}{1-2\nu_2} \alpha_2 \Delta T \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Використовуючи умову (11) з останнього рівняння системи (13) отримуємо:

$$C_3 = (1+\nu_2) \alpha_2 \Delta T \quad (14)$$

Константи C_1 і C_4 знайдемо із системи рівнянь (9), (10), враховуючи умову (13):

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{[E_1 \alpha_1 + E_2 (1-2\nu_1) \alpha_2] (1+\nu_1) (1+\nu_2) \Delta T}{E_1 (1+\nu_2) + E_2 (1+\nu_1) (1-2\nu_1)}; \\ C_4 &= \frac{r_1^2 E_1 [(1+\nu_1) \alpha_1 - (1+\nu_2) \alpha_2] (1+\nu_2) \Delta T}{E_1 (1+\nu_2) + E_2 (1+\nu_1) (1-2\nu_1)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Підставимо отримані значення констант у вираз для відшукування переміщень(7):

$$\begin{aligned} u^{(1)}(r) &= \frac{r[E_1\alpha_1 + E_2(1-2\nu_1)\alpha_2](1+\nu_1)(1+\nu_2)\Delta T}{E_1(1+\nu_2) + E_2(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \quad (0 \leq r \leq r_1), \\ u^{(2)}(r) &= r(1+\nu_2)\alpha_2\Delta T + \frac{r_1^2}{r} \frac{E_1[(1+\nu_1)\alpha_1 - (1+\nu_2)\alpha_2](1+\nu_2)\Delta T}{E_1(1+\nu_2) + E_2(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \quad (r \geq r_1). \end{aligned} \quad (16)$$

Важливо відзначити, що в рівності для радіального переміщення $u^{(2)}(r)$ перший доданок є переміщенням в однорідному середовищі 2, якби стрижня 1 не існувало. Другий доданок виникає через вплив стрижня і зменшується пропорційно радіусу r_1 .

Наведемо також співвідношення для напружень у стрижні 1:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(1)}(r) &= \sigma_\varphi^{(1)} = -\frac{E_1E_2[(1+\nu_1)\alpha_1 - (1+\nu_2)\alpha_2]\Delta T}{E_1(1+\nu_2) + E_2(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}, \\ \sigma_z^{(1)}(r) &= -\frac{E_1[(E_1(1+\nu_2) + E_2(1-\nu_1))\alpha_1 - E_2\nu_1(1+\nu_2)\alpha_2]\Delta T}{E_1(1+\nu_2) + E_2(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}, \end{aligned} \quad (17)$$

$(0 \leq r \leq r_1).$

і в середовищі 2

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(2)}(r) &= -\frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{E_1E_2[(1+\nu_1)\alpha_1 - (1+\nu_2)\alpha_2]\Delta T}{E_1(1+\nu_2) + E_2(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}, \\ \sigma_\varphi^{(2)}(r) &= \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{E_1E_2[(1+\nu_1)\alpha_1 - (1+\nu_2)\alpha_2]\Delta T}{E_1(1+\nu_2) + E_2(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}, \\ \sigma_z^{(2)}(r) &= -E_2\alpha_2\Delta T, \end{aligned} \quad (18)$$

$(r \geq r_1).$

Графіки цих функцій, представлені на **рис. 3**. Також їм властива осесиметричність тобто вони залежать лише від відстані від центру стрижня r та зменшуються обернено пропорційно квадрату радіальної координати $(1/r^2)$. Це підтверджує, що найбільший ризик руйнування існує саме на межі контакту армуючого елемента та матриці.

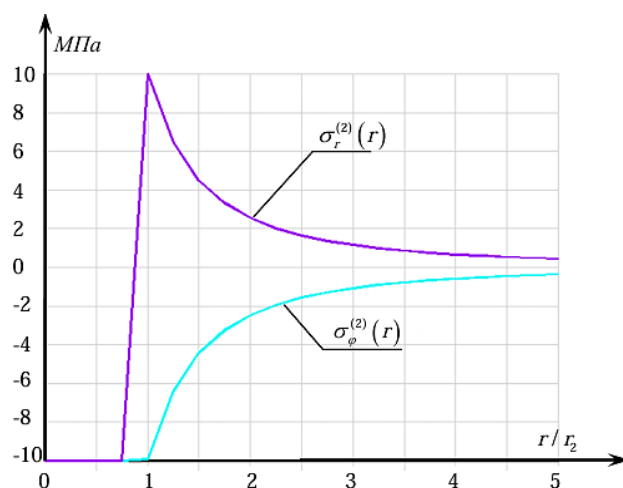


Рисунок 3 — Графіки розподілу напружень $\sigma_r^{(2)}(r)$ та $\sigma_\varphi^{(2)}(r)$ в площині осевого перерізу армованої системи при плоскому термомодеформуванні

Крім того радіальні $\sigma_r^{(2)}(r)$ та колові напруження $\sigma_\varphi^{(2)}(r)$ рівні за абсолютним значенням, але мають протилежні знаки. Це означає, що в одних і тих же точках системи матеріал одночасно зазнає як розтягу, так і стиснення, що може бути особливо небезпечним для матеріалів з різною міцністю на розтягнення і стиснення, таких як асфальтобетон.

Знак напружень залежить від співвідношення між коефіцієнтами температурного розширення стрижня (α_1) і середовища (α_2). Якщо, наприклад, $\alpha_1 > \alpha_2$, то стрижень намагатиметься розширитися більше, ніж матриця, що призведе до появи колових напружень розтягу і стискальних — у радіальному напрямі, і навпаки. Це означає, що, оскільки асфальтобетон при розтягуванні має меншу міцність, ніж при стисканні, при будь-яких змінах температури ΔT будуть реалізовуватися несприятливі термонапруження $\sigma_r^{(2)}(r)$ або $\sigma_\varphi^{(2)}(r)$.

Очевидно, що значення термомеханічних параметрів, за яких чисельники дробів у формулі (18) для функцій $\sigma_r^{(2)}(r)$ і $\sigma_\varphi^{(2)}(r)$ дорівнюють нулю, є термічно сумісними. Тому рівність:

$$\frac{\alpha_1}{1+\nu_2} = \frac{\alpha_2}{1+\nu_1}, \quad (19)$$

є умовою сумісності термомеханічних параметрів матриці та армуючого стрижня.

Аналіз числових результатів

Як приклад, розглянемо випадок включення склопластикового стрижня радіуса r_1 з термомеханічними параметрами $E_1 = 34,83$ ГПа, $\alpha_1 = 0,9 \cdot 10^{-5}$ $1/^\circ\text{C}$, $\nu_1 = 0,35$ в асфальтобетонне середовище з параметрами $E_2 = 2,41$ ГПа, $\alpha_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ $1/^\circ\text{C}$, $\nu_1 = 0,2988$ при зміні температури $\Delta T = -20^\circ\text{C}$. За цих умов термонапруження у системі склали $\sigma_r^{(1)} = \sigma_\varphi^{(1)} = -10,37$ МПа, $\sigma_r^{(2)} = -10,37 \frac{r_1^2}{r^2}$ МПа, $\sigma_z^{(2)} = 9,64$ МПа.

На основі проведеного числового моделювання поля додаткових термопружних напружень представлені на **рис. 4**.

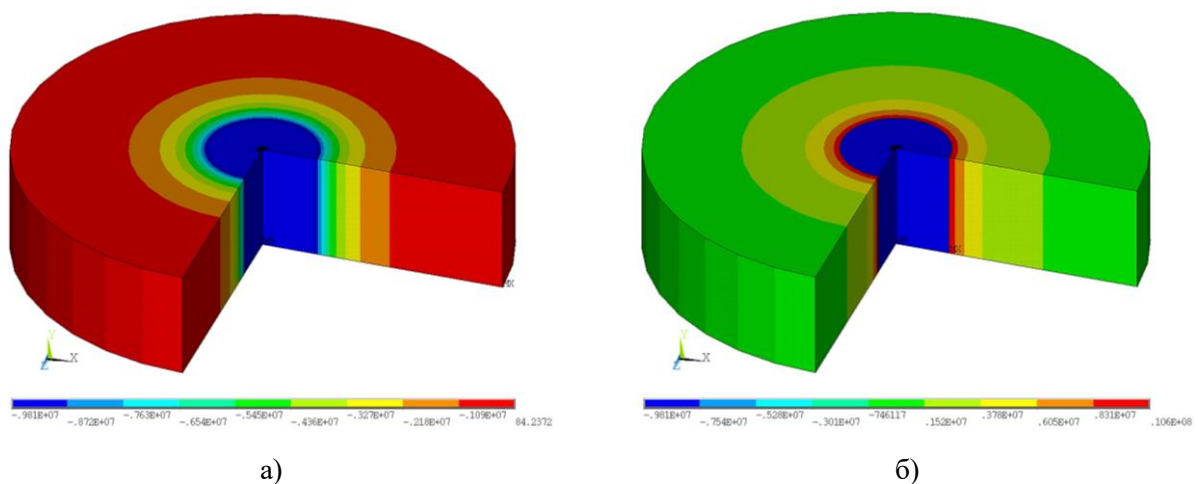


Рисунок 4 — Схеми розподілу додаткових термопружних напружень $\sigma_r^{(2)}(r)$ (а) та $\sigma_\varphi^{(2)}(r)$ (б) за умови включення склопластикового стрижня в матрицю асфальтобетону

Таким чином, якщо врахувати, що межа міцності асфальтобетону при стисканні становить від 5 до 20 МПа, а при розтязі він виявляється в 6÷8 раз менше цих значень, то можна зробити висновок, що за таких умов додаткові термонапруження, спричинені склопластиковим армуючим стрижнем, можуть призвести до виникнення локальних дефектів у його малому okolí.

Висновки

Поставлена задача про теоретичне моделювання явища зародження додаткових термонапружень у дорожньому покритті, армованому суцільним стрижнем. За допомогою методів термопружності було сформульовано диференціальні рівняння для плоского осесиметричного деформованого стану нескінченного циліндричного тіла, що знаходиться в нескінченному пружному середовищі, за стаціонарної зміни температури

Знайдено аналітичне розв'язання цих рівнянь, що дозволило визначити додаткові термопереміщення, деформації та напруження в системі. Показано, що максимальні значення додаткових термонапружень виникають на поверхні контакту армуючого стрижня з покритвом і зменшуються обернено пропорційно квадрату відстані від цієї поверхні.

Встановлено, що величина додаткових термонапружень зростає зі збільшенням термомеханічної несумісності матеріалів системи та радіальної жорсткості стрижня. На прикладі армування асфальтобетону склопластиковим стрижнем було продемонстровано, що навіть за незначних змін температури додаткові термонапруження можуть досягати критичних значень, що призводить до локальних дефектів у матеріалі.

Список літератури

1. Beleicheva T. G. and Ziling, K. K. Thermoelastic axisymmetric problem for a two-layer cylinder. *J. Appl. Mech. Technical Physics*, 19, 108–113, (1978).
2. Boubaker Fetiza Ali, Khedoudja Soudani, and Smail Haddadi. Effect of waste plastic and crumb rubber on the thermal oxidative ageing of modified bitumen. *Road Mat. and Pav. Des.* 2022, V. 23, Issue 1. P. 222–233.
3. Brian Hill, Daniel Oldham, Behzad Behnia et al. Evaluation of low temperature viscoelastic properties and fracture behavior of bio-asphalt mixtures. *International Journal of Pavement Engineering*. 2018, V.19, 4, P. 362–369.
4. Christensen R. M., Lo K.H. Solutions for effective shear properties in three-phase sphere and cylinder models. *J. Mech. Phys. Solids*. 1979. V. 27. P. 315–330.
5. Christian Karch. Micromechanical analysis of thermal expansion coefficient. *Modeling and Numerical Simulation of Material Science*. 2014, V. 3, 3. P. 1–15.
6. Christiansen R. M. *Mechanics of Composite Materials*. Wiley: New York, NY, USA, 1979.
7. Gholamali Shafabakhsh, Mohammadreza Aliakbari Bidokhti, and Hassan Divandan. Evaluation of the performance of SBS/Nano-Al₂O₃ composite-modified bitumen at high temperature. *Road Mat. and Pavement*, 2021, V. 22, Issue 11. P. 2523–2537.
8. Hetnarski R. B. and Ignaczak J. *Mathematical Theory of Elasticity*, Taylor and Francis, New York, (2004).
9. Jorge Pais, Caio Santos, Paulo Pereira et al. The adjustment of pavement deflections due to temperature variations. *International Journal of Pavement Engineering*. Volume 21, 2020, Issue 13. P. 1585–1594.
10. Ju J. W., Chen T. M. Effective elastic moduli of two-phase composites containing randomly dispersed spherical inhomogeneities. *Acta Mech*. 1994, 103(1). P. 123–144.
11. Kovalenko A.D. *Thermoelasticity: Basic Theory and Applications*, Wolters-Noordhoff Groningen, The Netherlands, (1972).
12. Marcela Fiedlerova, Petr Jisa, Kamil Stepanek. Using various thermal analytical methods for bitumen characterization. *International Journal of Pavement Research and Technology*, 2021, V. 14, Issue 4. P. 459–465.
13. Md Amanul Hasan, Rafiqul A. Tarefder. Development of temperature zone map for mechanistic empirical (ME) pavement design. *Journal of Pavement Research and Technology*. 2018, V. 11, Issue 1. P. 99–111.
14. Mirosław Graczyk, Józef Rafa, Adam Zofka Pavement modelling using mechanical and thermal homogenization of layered systems. *Roads and Bridges. Drogi i Mosty*. Issue 17. 2. 2018. P. 141–157.
15. Nowacki W. *Thermoelasticity*, 2 nd ed., Oxford: PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw and Pergamon Press, (1986).

16. Setiawan Dian M. The role of temperature differential and subgrade quality on stress, curling, and deflection behavior of rigid pavement. *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*, Volume 29, Issue 5 – 6, id. 10, 12 p.
17. Tarn Minh Phan, Tri Ho Minh Le, and Dae-Wook Park. Evaluation of cracking resistance of healed warm mix asphalt based on air-void and binder content. *Road Materials and Pavement Design*. 2022, V. 23, Issue 1. P. 47–61.
18. Trusdell, C. (ed.), Carlson, D.E. Thermoelasticity, Encyclopedia of Physics, Vol. Via/2, Springer, Berlin, (1972).
19. Yang Liu, Zhendong Qian, Dong Zheng, Meng Zhang Interlaminar thermal effect analysis of steel bridge deck pavement during gussasphalt mixture paving. *International Journal of Pavement Engineering*. Volume 20, 2019. Issue 11. P. 1323–1335.
20. Yingjun Jiang, Changqing Deng, Zhejiang Chen, and Yuhang Tian. Evaluation of the cooling effect and anti-rutting performance of thermally resistant and heat-reflective pavement. *International Journal of Pavement Engineering*, 2020, V. 21. Issue 4. P. 447–456.

References

1. Beileicheva T. G. and Ziling, K. K. Thermoelastic axisymmetric problem for a two-layer cylinder. *J. Appl. Mech. Technical Physics*, 19, 108–113, (1978) [in English].
2. Boubaker Fetiza Ali, Khedoudja Soudani, and Smail Haddadi. Effect of waste plastic and crumb rubber on the thermal oxidative ageing of modified bitumen. *Road Mat. and Pav. Des.* 2022, V. 23, Issue 1. P. 222–233 [in English].
3. Brian Hill, Daniel Oldham, Behzad Behnia et al. Evaluation of low temperature viscoelastic properties and fracture behavior of bio-asphalt mixtures. *International Journal of Pavement Engineering*. 2018, V.19, 4, P. 362–369 [in English].
4. Christensen R. M., Lo K.H. Solutions for effective shear properties in three-phase sphere and cylinder models. *J. Mech. Phys. Solids*. 1979. V. 27. P. 315–330 [in English].
5. Christian Karch. Micromechanical analysis of thermal expansion coefficient. *Modeling and Numerical Simulation of Material Science*. 2014, V. 3, 3. P. 1–15 [in English].
6. Christiansen R. M. Mechanics of Composite Materials. Wiley: New York, NY, USA, 1979 [in English].
7. Gholamali Shafabakhsh, Mohammadreza Aliakbari Bidokhti, and Hassan Divandan. Evaluation of the performance of SBS/Nano-Al₂O₃ composite-modified bitumen at high temperature. *Road Mat. and Paves*, 2021, V.22, Issue 11. P. 2523–2537 [in English].
8. Hetnarski R. B. and Ignaczak J. Mathematical Theory of Elasticity, Taylor and Francis, New York, (2004) [in English].
9. Jorge Pais, Caio Santos, Paulo Pereira et al. The adjustment of pavement deflections due to temperature variations. *International Journal of Pavement Engineering*. Volume 21, 2020 Issue 13. P. 1585–1594 [in English].
10. Ju J. W., Chen T. M. Effective elastic moduli of two-phase composites containing randomly dispersed spherical inhomogeneities. *Acta Mech.* 1994, 103(1). P. 123–144 [in English].
11. Kovalenko A. D. Thermoelasticity: Basic Theory and Applications, Wolters-Noordhoff Groningen, The Netherlands, (1972) [in English].
12. Marcela Fiedlerova, Petr Jisa, Kamil Stepanek. Using various thermal analytical methods for bitumen characterization. *International Journal of Pavement Research and Technology*, 2021, V. 14. Issue 4. P. 459–465 [in English].
13. Md Amanul Hasan, Rafiqul A. Tarefder. Development of temperature zone map for mechanistic empirical (ME) pavement design. *Journal of Pavement Research and Technology*. 2018, V. 11, Issue 1. P. 99–111 [in English].
14. Mirosław Graczyk, Józef Rafa, Adam Zofka Pavement modelling using mechanical and thermal homogenization of layered systems. *Roads and Bridges Drogi i Mosty*. Issue 17, 2, 2018, P. 141–157 [in English].
15. Nowacki W. Thermoelasticity, 2 nd ed., Oxford: PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw and Pergamon Press, (1986) [in English].

16. Setiawan Dian M. The role of temperature differential and subgrade quality on stress, curling, and deflection behavior of rigid pavement. *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*, Volume 29, Issue 5 – 6. id. 10. 12 p. [in English].
 17. Tarn Minh Phan, Tri Ho Minh Le, and Dae-Wook Park. Evaluation of cracking resistance of healed warm mix asphalt based on air-void and binder content. *Road Materials and Pavement Design*. 2022. V. 23, Issue 1. P. 47–61 [in English].
 18. Trusdell, C. (ed.), Carlson, D.E. Thermoelasticity, Encyclopedia of Physics, Vol. Via/2, Springer, Berlin, (1972) [in English].
 19. Yang Liu, Zhendong Qian, Dong Zheng, Meng Zhang Interlaminar thermal effect analysis of steel bridge deck pavement during gussasphalt mixture paving. *International Journal of Pavement Engineering*. Volume 20, 2019. Issue 11. P. 1323–1335 [in English].
 20. Yingjun Jiang, Changqing Deng, Zhejiang Chen, and Yuhang Tian. Evaluation of the cooling effect and anti-rutting performance of thermally resistant and heat-reflective pavement. *International Journal of Pavement Engineering*, 2020, V. 21, Issue 4. P. 447–456 [in English].
-

Nataliia Shlyun, Ph.D., Associate Professor, <https://orcid.org/0000-0003-1040-8870>

Yuliia Zaiets, Ph.D., Associate Professor, <https://orcid.org/0000-0003-1836-2010>

Lyudmyla Shevchuk, Ph.D., Associate Professor, <https://orcid.org/0000-0002-5748-9527>

Serhii Hudolij, Ph.D., Associate Professor, <https://orcid.org/0000-0001-6054-6708>

National Transport University (NTU), Kyiv, Ukraine

MATHEMATICAL MODELING OF THE OCCURRENCE OF THERMOMECHANICAL EFFECTS IN REINFORCED ROAD STRUCTURES, DUE TO THERMOELASTIC INCOMPATIBILITY OF PAVEMENT AND REINFORCEMENT MATERIALS

Abstract

Introduction. In regions with sharp temperature fluctuations during their seasonal and daily changes, the phenomenon of local defects and cracks forming in the asphalt concrete pavements of roads and bridges is very often observed. This is largely due to the heterogeneity of the thermomechanical properties of the materials in the pavement layers and base. To prevent these phenomena, reinforcing rods and grids are introduced into the pavement structure.

Problems. The problem addressed in the conducted research is to establish the patterns of thermomechanical deformation of composite materials (specifically, asphalt concrete) reinforced with steel rods under the influence of variable temperature fields.

Purpose. The objective of this work is to derive mathematical relationships that define the internal structural thermal stresses in composites, caused by variable temperature fields and material heterogeneity.

Materials and methods. Based on the theory of thermoelasticity, the problem of a plane thermodeformed state of an elastic medium containing a circular elastic rod with different thermomechanical parameters was formulated. For the case of a constant change in the system's temperature, an analytical solution to the equations was constructed, and expressions for thermal deformations and thermal stresses were obtained.

The results. Using the example of asphalt concrete material reinforced with fiberglass rods, analytical expressions for the values of additional contact thermal stresses were constructed, and the conditions for the thermomechanical incompatibility of asphalt concrete and reinforcement materials were formulated.

Conclusions. Using the methods of thermoelasticity theory, it was shown that in cases of incompatibility of the thermomechanical characteristics of asphalt concrete and reinforcement materials, additional localized thermal stresses arise in their immediate vicinity. These stresses, even at moderate temperature changes, can reach critical values and lead to local defects and cracks. Since these defects are hidden, they cannot always be detected in practice.

Keywords: road, asphalt concrete, pavement, composite, variable temperature fields, intrastructural thermal stresses, rod reinforcement, surface course.